R2 - Kapittel 1: Vektorer

Kompetansenivåer: **L**(avt), **M**(iddels), **H**(øyt)

I (L)

Gitt vektorene $\vec{u} = [1,1,3]$, $\vec{v} = [2,3,2]$ og $\vec{w} = [7,5,6]$
Regn ut:

a) $\vec{u} - \vec{v}$ b) $\vec{u} \cdot \vec{v}$ c) $\vec{u} \times \vec{v}$ d) Projeksjonen av $\vec{v}$ på $\vec{u}$.

e) Arealet av parallellogrammet utspent av $\vec{u}$ og $\vec{v}$.
f) Volumet av parallellepipedet utspent av $\vec{u}$, $\vec{v}$ og $\vec{w}$.
g) Enhetsvektor parallell med $\vec{u}$.

II (L/M)

Gitt punktene $A(0,0,0)$, $B(6,2,3)$, $C(4,4,2)$ og $D(1,2,10)$.
a) Finn ligningen for et plan α gjennom A, B og C.
b) Finn en parameterfremstilling for planet α.
c) Hva er vinkelen mellom en linje l gjennom A og D og planet α?
d) Hva er avstanden fra punktet D til planet α?
e) Hva er avstanden mellom linjen l og en linje m gjennom B og C?

III (M)

En kuleflate har ligningen $x^2 - 6x + y^2 + z^2 = 0$.
a) Finn sentrum S og radien R i kulenflaten.
b) Finn skjæringspunktene A og B mellom kuleflaten og linjen gitt ved parameterfremstillingen

$$l : \left\{ \begin{array}{c} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 2t \end{array} \right\}$$

e) Finn ligningene for planene som tangerer kuleflaten i punktene A og B.
f) Hva er radien r i skjæringssirkelen mellom kuleflaten og et plan som har avstanden 1 fra S?

IV (M/H)

a) Forklar hvordan du kan avgjøre om tre punkter A, B og C ligger på linje.
Tre plan har normalvektorene $\overrightarrow{n_\alpha}$, $\overrightarrow{n_\beta}$, og $\overrightarrow{n_\gamma}$.
b) Forklar hvordan du kan avgjøre om planene er parallelle.
c) Forklar hvordan du kan avgjøre om planene har et felles skjæringspunkt.
d) Forklar hvordan du kan avgjøre om fire punkter A, B, C og D ligger i samme plan.

V(M/H)

Vi har gitt to vektorer $\vec{u} = [1,2,2]$ og $\vec{v} = [2,3,4]$.
a) Finn vektoren $\vec{w} = \vec{u} + |\vec{u}|\frac{1}{|\vec{v}|}\vec{v}$.
b) Vis at $\vec{w}$ halverer vinkelen mellom $\vec{u}$ og $\vec{v}$.
c) Bevis at $\vec{w} = \vec{u} + |\vec{u}|\frac{1}{|\vec{v}|}\vec{v}$ alltid halverer vinkelen mellom $\vec{u}$ og $\vec{v}$.
(Tips: Diagonalene i en rombe halverer vinklene i hjørnene de går igjennom.)