

Oppgavene 191 og 194

191

a) $(x^2 - 4x + 2^2) + (y^2 + 4y + 2^2) + (z^2 - 8z + 4^2) = 1 + 2^2 + 2^2 + 4^2$
 $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 5^2$
): $S = (2, -2, 4)$ $R = 5$

b) Avstanden fra S til planet blir: $s = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

Et punkt P blir da gitt av: $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OS} \pm 3 \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}$ der $\vec{n} = [1, -2, -2]$ er normalvektor til planet.

(Vi dividerer med $|\vec{n}|$ for å få en normalvektor med lengde 1 !)

$$\overrightarrow{OP} = [2, -2, 4] \pm 3 \frac{[1, -2, -2]}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = [3, -4, 2] \text{ eller } [1, 0, 6]$$

$P = (3, -4, 2) :$

$$3 - 2(-4) - 2(2) = k \Leftrightarrow k = 7$$

$P = (1, 0, 6) :$

$$1 - 2(0) - 2(6) = k \Leftrightarrow k = -11$$

194

a) Planets normalvektor må være parallell med:

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = [-2, 4, 0] \times [-1, 0, 3] = [12, 6, 4] = 2[6, 3, 2]$$

Velger $\vec{n} = [6, 3, 2]$

Bruker A som punkt i planet og får planet α :

$$[6, 3, 2] \cdot [x - 5, y, z] = 0 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 30 = 0$$

b) A, B og C har alle avstand 5 fra Origo. (Pythagoras)

): $x^2 + y^2 + z^2 = 5^2$

c) Avstand fra Origo til planet: $d = \left| \frac{AO \cdot \vec{n}}{|\vec{n}|} \right| = \left| \frac{[-5, 0, 0] \cdot [6, 3, 2]}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} \right| = \frac{30}{7}$

Høyden i kulesegmentet: $h = R - d = 5 - \frac{30}{7} = \frac{5}{7}$

Overflaten: $O = 2\pi Rh = 2\pi 5 \frac{5}{7} = \frac{50}{7} \pi \approx 22.4$ (Feil i fasit.)