

R2 - K 5.1-5.4 Integraler

I

Finn integralene:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int \cos(3x+1)dx & \text{b) } \int x \ln(x)dx & \text{c) } \int x \ln(x^2)dx \\ \text{d) } \int \frac{x+1}{x^2-x}dx & \text{e) } \int \frac{x^2+1}{x^2-x}dx & \end{array}$$

II

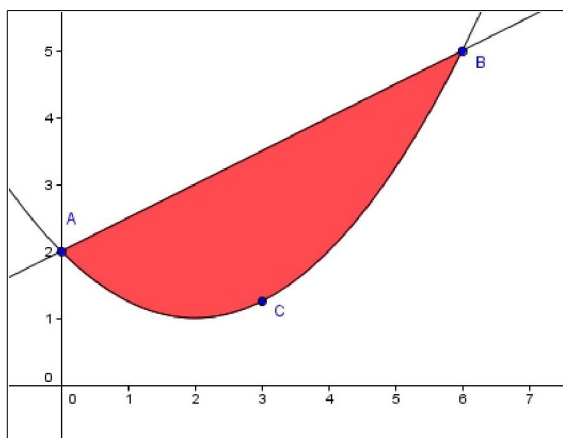
Gitt funksjonen $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$.

$$\text{a) Vis at } f'(x) = \frac{\ln x(2-\ln x)}{x^2}.$$

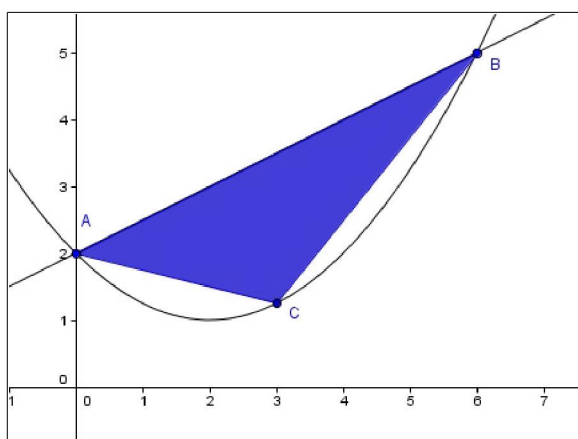
$$\text{b) Finn ved regning det bestemte integralet } \int_1^2 \frac{\ln x(2-\ln x)}{x^2} dx.$$

III

Arkimedes beviste at arealet av et såkalt parabelsegment, farvet rødt i figur 1, var $\frac{4}{3}$ av arealet til en trekant, farvet blått i figur 2, med korden som en av sidene og der punktet C ligger midt mellom A og B i den forstand at x -koordinaten til C ligger midt mellom x -koordinatene til A og B .



Figur 1.



Figur 2.

Gitt:

$$\text{Parabel: } f(x) = \frac{x^2}{4} - x + 2 \quad \text{Linje gjennom } A \text{ og } B: \quad g(x) = \frac{x}{2} + 2$$

$$\text{Punktene: } A = (0, 2), B = (6, 5) \text{ og } C = (3, \frac{5}{4})$$

- a) Regn ut arealet av den blå trekanten. (Trapez-beregninger antagelig raskere enn vektorer.)
- b) Regn ut arealet av det røde parabelsegmentet med integralregning.
- c) Kommenter resultatet.

IV

Strømforbruket til Ernst Ferkenberg varierer endel gjennom et døgn.

Et døgn var den elektriske effekten gitt av:

$$P(t) = 5 - 2 \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) \text{ [kW]}, \quad t \in [0, 24] \text{ [timer]}$$

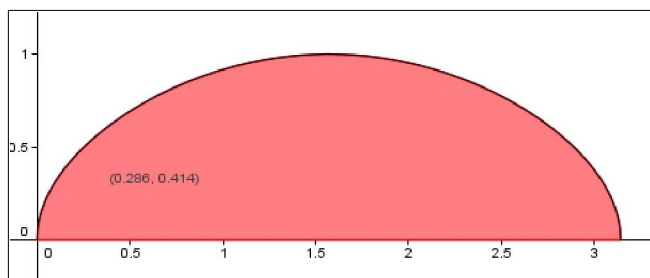
Det samlede energiforbruket målt i kWh dette døgnet kan regnes ut som integralet

$$E = \int_0^{24} P(t) dt$$

Bruk lommeregneren til å finne forbruket.

V

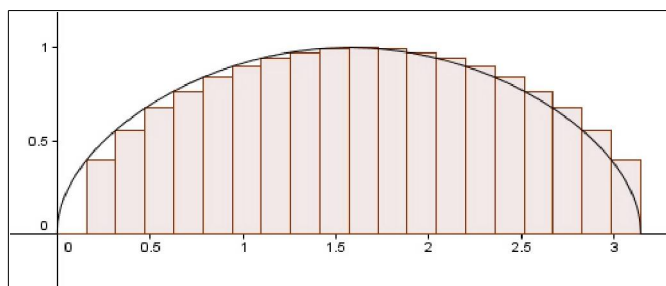
Vi skal prøve å finne arealet avgrenset av funksjonen $f(x) = \sqrt{\sin x}$ og x -aksen:



Figur 3.

- a) Skriv opp integralet vi må regne ut.
- b) Finn arealet ved hjelp av lommeregneren.
- Dette er ikke så lett å regne ut, for å si det mildt, så vi skal finne en tilnærmet verdi ved hjelp av numerisk integrasjon med venstresummer:

$$A = \sum_{i=1}^{20} f(x_i) \Delta x \quad \text{der} \quad x_i = 0 + (i-1)\Delta x, \quad \Delta x = \frac{\pi}{20}$$



Figur 4.

- c) Regn ut de tre første leddene i summen A .
- d) Regn ut hele summen ved hjelp av lommeregneren. (Se formlene på utdelt formelark!)