R2 - Fagdag 4 - 16.12.10

Teori

Omforming av $a\sin kx + b\cos kx$:

$a\sin kx + b\cos kx = \sqrt{a^2 + b^2}\,\sin(kx + \varphi)$
der $\tan\varphi = \frac{b}{a}$ og φ i kvadranten med punktet $P = (a,b)$.

(Finnes en variant til hvis man ønsker cosinus istedenfor sinus:
$a\sin kx + b\cos kx = \sqrt{a^2 + b^2}\,\cos(kx - \varphi)$
der $\tan\varphi = \frac{a}{b}$ og φ i kvadranten med punktet $P = (b,a)$.)

Poenget med denne omformingen er:

- ***Løse ligninger*** av typen $a\sin kx + b\cos kx = 0$ (uten å dividere med $\cos x$!)
  og $a\sin kx + b\cos kx = c$

- ***Drøfte funksjoner*** av typen $f(x) = a\sin kx + b\cos kx + d$
  som på formen $A\sin(kx + \varphi) + d = A\sin(k(x + \frac{\varphi}{k})) + d$ kan drøftes uten å derivere:
  Maksimalverdi $A + d$ når $\sin(\dots) = 1$: $kx + \varphi = \frac{\pi}{2} + k2\pi$
  Minimalverdi $A - d$ når $\sin(\dots) = -1$: $kx + \varphi = \frac{3\pi}{2} + k2\pi$
  Vendepunkt med verdi d når $\sin(\dots) = 0$: $kx + \varphi = 0 + k\pi$

- ***Finne modellen*** ut fra datapunkter og sammenhengene:
  $A = \frac{\max - \min}{2}$, $d = \frac{\max + \min}{2}$, $k = \frac{2\pi}{T}$, Faseforskjell: $\phi = \frac{\varphi}{k}$

- Kurvetilpasning (regresjon) med lommeregner (SinReg) og GeoGebra (FitSin/RegSin) gir også
  resultatet på formen $A\sin(k(x + \frac{\varphi}{k})) + d$

Oppgaver

I

Hvorfor er den deriverte av sinus lik cosinus:

Skriv inn:
f(x)=sin(x)
og
f'(x)
på kommandolinjen i GeoGebra.

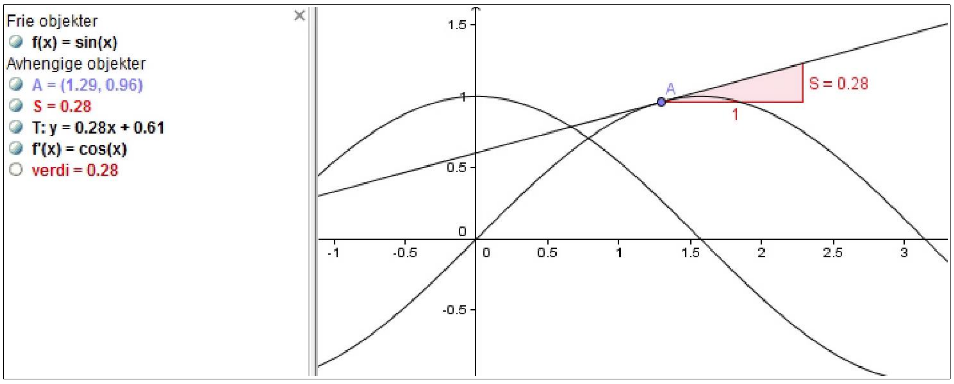
Velg punkt i verktøylinjen og sett et punkt på grafen (A).

Lag en tangent til f(x) gjennom punktet A:
T=Tangent[A,f]

Finn stigningstallet til tangenten T med:
S=Stigning[T]

Lag en variabel som viser funksjonsverdien til f'(x)=cos(x) når x er x-koordinaten til punktet A:
verdi=f'(x(A))

Beveg punktet A, så ser du at funksjonverdien til cos(x) er den samme som stigningstallet til sin(x)
for samme x-verdi, omtrent slik:



II

Bruk GeoGebra til å drøfte funksjonen:

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{2-\cos(x)}, \qquad D_f = [0, 2\pi\rangle$$

a) Finn eventuelle nullpunkter.
b) Finn eventuelle ekstremalpunkter.

Bruk for eksempel kommandoene:

f(x)=sin(x)/(2-cos(x))
f'(x)
npd_1=Nullpunkt[f',1,2] (Første nullpunkt til derivert i $\langle 1,2\rangle$.)
npd_2=Nullpunkt[f',5,6] (Andre nullpunkt til derivert i $\langle 5,6\rangle$.)
TP=(x(npd_1),f(x(npd_1))) (Topp-punkt ved første nullpunkt til den deriverte.)
BP=(x(npd_2),f(x(npd_2))) (Topp-punkt ved andre nullpunkt til den deriverte.)

III

Bruk GeoGebra til å løse og kontrollere oppgavene II, III, IV og V på prøven.

Viktigste kommandoer i GeoGebra for funksjonslæren:

(Se også lenkene på årstabellen der lenken til dette dokumentet ligger.)

Kommando:	**Forklaring**:
f(x)=x ^2*sin(2*x)	Funksjoner skrives inn som på lommeregner
f'(x)	Finner den deriverte
f''(x)	Finner den dobbeltderiverte
Nullpunkt[f,a,b]	Finner nullpunkt i intervallet ⟨a,b⟩
Tangent[P,f]	Finner tangent til f(x) gjennom punktet P
Stigning[linjenavn]	Finner stigningstallet til en rett linje, feks. en tangent

Kurvetilpasning i GeoGebra

1. Åpne regneark i GeoGebra med menyvalg ***Vis, Regneark***.
2. Lag tabell over x- og y-verdier i regnearket.
3. Merk tallene, ***høyreklikk*** og velg: ***Lag liste med puntker***.
   GeoGebra lager da en liste med punktene, liste1.
4. Kurvetilpasninger lages deretter med kommandoene:

Kommando:	**Kurvetilpasning**:
RegPoly[listenavn,1]	Førstegradspolynom
RegPoly[listenavn,2]	Andregradspolynom
RegPoly[listenavn,3]	Tredjegradspolynom
osv.	(Tror jeg lagde opp til 100...)
RegEksp[listenavn]	Eksponentialfunksjon ae^{kx}
RegLog[listenavn]	Logaritmisk funksjon $a + b\ln(x)$
RegPot[listenavn]	Potensfunksjon ax^b
RegLogist[listenavn]	Logistisk funksjon $\frac{a}{1+be^{-cx}}$
RegSin[listenavn]	Sinusfunksjon $A\sin(bx+c)+d$