Formelark

04.03.11

Definisjon av ubestemt integral:

$$F(x) = \int f(x)dx \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$$

Definisjon av bestemt integral (rektangler):

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x, \qquad \text{der} \qquad x_i = a + (i-1)\Delta x, \qquad \Delta x = \tfrac{b-a}{n}$$

Kan gjøres på lommeregner på denne måten:

Y1= funksjon
D=(B-A)/N   der $B = b, A = a$ og $D = \Delta x$
sum(seq(Y1*D,X,0,B-D,D)

Utregning i praksis: Fundamentalteoremet i analysen (funksjonslæren):

$$\int_a^b f(x) = F(b) - F(a) \qquad \text{der} \qquad F'(x) = f(x)$$

Areal under kurve avgrenset av x-aksen, $f(x)$, $x = a$ og $x = b$: $A = \int_a^b f(x)\,dx$

Ubestemte integraler:

(Alle skal selvfølgelig i tillegg ha: "+C"!)

$f(x)$	$\int f(x)dx$
k	kx
x^r	$\frac{x^{r+1}}{r+1}, r \neq -1$
$x^{-1} = \frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert$
e^x	e^x
a^x	$\frac{a^x}{\ln a}$
$\ln x$	$x\ln x - x$
$\sin x$	$-\cos x$
$\cos x$	$\sin x$
$\tan x$	$-\ln\lvert\cos x\rvert$

$f(x)$	$\int f(x)dx$
$\frac{a}{x-b}$	$a\ln\lvert x-b\rvert$
$\tan^2 x$	$\tan x - x$
$\cos^2 x$	$\int(\frac{1}{2} + \frac{\cos(2x)}{2})dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4}$
$\sin^2 x$	$\int(\frac{1}{2} - \frac{\cos(2x)}{2})dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$
	...

Generelle formler og metoder:

$$\int (af(x) + bg(x))\, dx = a\int f(x)dx + b\int g(x)dx$$

$$\int f(kx)\, dx = \tfrac{1}{k}F(kx) + C, \qquad \text{der } F'(u) = f(u)$$

Areal mellom to funksjoner: $\int_a^b (f(x) - g(x))dx$

Delvis integrasjon: $\int u'v = uv - \int uv'$

Variabelskifte: $\int f(u)u'(x)dx = \int f(u)du$, der $du = u'(x)dx$

Delbrøk: $\frac{a}{(x-b)(x-c)} = \frac{A}{x-b} + \frac{B}{x-c}$

(A og B finnes ved å løse ligningssystem.)