

R2 - Kapittel 2 - Algebra

I

a) Hvilken av disse tallfølgene er aritmetiske, geometriske eller ingen av delene?

1. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$
2. $2, 6, 18, 54, \dots$
3. $2, 6, 10, 14, \dots$
4. $\frac{3}{2}, 1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \dots$
5. $\frac{3}{1}, \frac{5}{4}, \frac{7}{9}, \frac{9}{16}, \dots$

b) Skriv opp uttrykket for n 'te ledd (a_n) for følgene i a).

c) Finn summen av 50 ledd i følgene i a).

(Bruk formel og regning for de som er aritmetiske og geometriske, og lommeregneren på de andre.)

II

Storrøykeren Dusty Stinker røker i dag 60 sigaretter om dagen, men skal avvennes.

Avvenningsopplegget går ut på at Stinker hver uke skal redusere forbruket med 5 sigaretter pr. dag.

a) Hvor mange uker går det før Stinker er nede i 10 sigaretter om dagen?

b) Hvor mange uker går det før Stinker er avvent?

III

I en geometrisk rekke er $a_2 = 3$ og $a_4 = \frac{3}{16}$.

Hva er uttrykket for n 'te ledd (a_n) og summen av n ledd (S_n)?

Hvorfor konvergerer denne rekken og hva konvergerer den mot?

IV

Den kjente norske vektløfter Bjørn Råsterk tok sikte på å få medalje i et mesterskap ved hjelp av kosttilskuddet Super TS (Super Testo Steron). Råsterk kjøpte tabletter av en østeuropeisk vektløfter som sa at Råsterk skulle ta 2 tabletter om dagen. Det viste seg at hver tablett inneholdt 5 mg av et stoff som sto på den internasjonale dopinglisten.

Hvert døgn ble 35% av dette stoffet brutt ned i kroppen til Råsterk.

En dopingkontroll vil gi positivt utslag på alle som har mer enn 25 mg av dette stoffet i kroppen.

a)

Risikerte Råsterk å bli tatt i dopingkontroll hvis han inntok 2 tabletter om dagen i lengre tid før et stevne?

b)

Hvor mange mg måtte hver tablett ha inneholdt for at Råsterk skulle hatt 20 mg av stoffet i kroppen etter lengre tids bruk?

Husk å bla om! To sider!

V

Gitt rekken $x + x^2 + x^3 + \dots + x^n + \dots$

For hvilke verdier av x konvergerer denne rekken?

Vis at denne rekken har summen $S = \frac{x}{1-x}$ når den konvergerer.

Vi skal prøve å finne summen av rekken: $x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + nx^n + \dots$

Legg merke til at den siste rekken kan bli laget ved å derivere $x + x^2 + x^3 + \dots + x^n + \dots$ m.h.p x , og deretter multiplisere med x .

Gjør det samme med uttrykket $S = \frac{x}{1-x}$ og bruk dette til å vise at

$$x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + nx^n + \dots = \frac{x}{(1-x)^2}$$

VI

Tidligere har vi lært derivasjonsregelen $(x^n)' = nx^{n-1}$. Egentlig beviste vi den vel bare for $n = 2$.

Bruk induksjonsbevis til å bevise at denne formelen gjelder for alle positive heltall $n \in \mathbb{N}$, hvis vi antar at den gjelder for $n = 2$.

Tips: Du får bruk for produktregelen for derivasjon: $(uv)' = u'v + uv'$.